

# ملـــــخص الأعـــداد المركـــــــبـــة

## 1. أساسيات:

- **تعريف العدد المركب :** نسمي عددا مركبا كل عدد $Z = x + iy$

حيث $x$ و $y$ عددان حقيقيان و $i^2 = -1$

- $x$ يسمى الجزء الحقيقي لـ $Z$ ونرمز له بـ $Re(Z)$.
- إذا كان $x = 0$ فإن $Z$ يسمى عددا تخيليا صرفا.
- $y$ يسمى الجزء التخيلي لـ $Z$ ونرمز له بـ $I_m(Z)$.
- إذا كان $y = 0$ فإن $Z$ عدد حقيقي.

- **التمثيل الهندسي :** كل عدد مركب $Z = x + iy$ نمثله في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس بنقطة $M(x, y)$.

النقطة $M$ تسمى صورة $Z$.

العدد $Z$ يسمى لاحقة $M$.

- **لاحقة مرجح جملة $\{(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)\}$ :** هي النقطة $G$ ذات اللاحقة : $Z_G = \frac{\alpha Z_A + \beta Z_B + \gamma Z_C}{\alpha + \beta + \gamma}$
- **لاحقة منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ :** هي النقطة $I$ حيث $Z_I = \frac{Z_A + Z_B}{2}$
- **لاحقة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ :** هي $Z_{\overrightarrow{AB}} = Z_B - Z_A$

## 2. مرافق عدد مركب :

- **تعريف :** نسمي مرافق $Z$ العدد الذي نرمز له بـ $\bar{Z}$.

حيث : $\bar{Z} = x - iy$

- **خواص :**

أ/ من أجل كل عددين مركبين $Z_1$ و $Z_2$ :

$$1/\ \overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2} \qquad 2/\ \overline{Z_1 \times Z_2} = \overline{Z_1} \times \overline{Z_2}$$

$$3/\ \overline{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)} = \frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}} \qquad 4/\ \overline{{Z_1}^n} = \overline{Z_1}^n$$

$$5/\ Z \times \bar{Z} = [Re(Z)]^2 + [I_m(Z)]^2$$



### 3. طويلة العدد المركب :

- **تعريف :** $|Z| = r = \sqrt{x^2+y^2}$
- **التفسير الهندسي :** في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$

$M$ صورة العدد $Z$.

$$|Z| = OM$$

- **خواص :** من أجل كل عددين مركبين $Z_1$ و $Z_2$ :

$1/\ |Z_1 \times Z_2| = |Z_1| \times |Z_2|$

$2/\ \left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| = \frac{|Z_1|}{|Z_2|}$

$3/\ |{Z_1}^n| = |Z_1|^n$

### 4. عمدة عدد مركب :

- **تعريف :** $Z$ عدد مركب صورته النقطة $M$ في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$

نسمي عمدة العدد $Z$ العدد الذي نرمز له بـ $arg(Z)$ .

وهو كل قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{u},\overrightarrow{OM})$ .

- **خواص :** من أجل كل عددين مركبين $Z_1$ و $Z_2$ :

$1/\ arg(Z_1 \times Z_2) = arg(Z_1) + arg(Z_2)$

$2/\ arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = arg(Z_1) - arg(Z_2)$

$3/\ arg({Z_1}^n) = n\ arg(Z_1)$

- **جدول القيم الشهيرة :**

| $\theta$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\theta$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ |
| $\cos\theta$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ |

**5.الشكل المثلثي :**

$Z$ عدد مركب حيث $r = |Z|$

$\theta = arg(Z)$

$$Z = r(cos(\theta) + i\,sin(\theta))$$

**6. الشكل الأسي :**

$$Z = re^{i\theta}$$

**7. دستور موافر :** $Z$ عدد مركب طويلته 1 وعمدته $\theta$ .

من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم :

$$\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{ni\theta}$$

**8. الجذران التربيعيان لعدد مركب :**

المعادلة $Z^2 = a + bi$ تقبل حلين هما الجذران التربيعيان للعدد $a + bi$

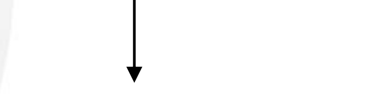
نضع $Z = x + iy$ نجد :

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \\ x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b} \end{cases}$$

**9.التحويلات النقطية :**

العبارة المركبة لأي تحويل نقطي : $Z' = aZ + b$

$a$



| $a = 1$ | $a \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ | $a \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ | $a \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ |
|---|---|---|---|
| | | $|a| = 1$ | $|a| \neq 1$ |
| **انسحاب** | **تحاكي** | **دوران** | **تشابه مباشر** |
| **شعاعه** $\vec{U}\binom{x_b}{y_b}$ | **نسبته** $a$ | **زاويته** $arg(a)$ | **نسبته** $|a|$ |
| | **مركزه** $\Omega$ | **مركزه** $\Omega$ | **زاويته** $arg(a)$ |
| | **حيث:** $Z_\Omega = \frac{b}{1-a}$ | **حيث :** $Z_\Omega = \frac{b}{1-a}$ | **مركزه** $\Omega$ |
| | | | **حيث :** $Z_\Omega = \frac{b}{1-a}$ |



**ملاحظات مهمة :**

- $|Z_A - Z_B| = AB$
- $arg\ (Z_B - Z_A) = (\vec{u}, \overrightarrow{AB})$
- $\left|\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}\right| = \frac{AC}{AB}$
- $arg\ \left(\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}\right) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$